ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

****

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມມັດທະຍົມສຶກສາ

ຫົວບົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງຊັ້ນມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ

ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2013-2014

ວິຊາ ຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ

1. ໃຫ້ $f(x)=x^3+kx^2+mx+4$ ເຊິ່ງເປັນຈຳນວນຄົງຄ່າ ຖ້າ $x-2$ ເປັນສ່ວນຄູນຂອງ $f(x)$ ແລະ ເມື່ອເອົາ $f(x)$ ຫານໃຫ້ $x+1$ ເສດ 3. $|k+m|$ ມີຄ່າເທົ່າໃດ?
2. ຈົ່ງຊອກຈຳນວນຈິງບວກ M ເພື່ອໃຫ້ $\left|x^3-2x^2+3x-4\right|\le M$ ສຳຫລັບທຸກໆ $x\in[-3,2]$
3. ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ $\left[\left(2^{\sqrt{x}+5}\right)^{\frac{1}{5\sqrt{x}+1}}\right]^{\frac{1}{\sqrt{x}}}=\frac{1}{2}.4^{\sqrt{x}}$
4. ໃຫ້ $n\in\mathbb{N}$ ເພື່ອເຮັດໃຫ້ $1+\log_{\sqrt{2}}2+\log_{\sqrt[3]{2}}2+....+\log_{\sqrt[n]{2}}2=n^2-15$.ຈົ່ງຊອກຫາຄ່າຂອງ n.
5. ຈົ່ງຊອກ $f(1)$ ຮູ້ວ່າ $\begin{cases} f(x)=x^3+ax^2+bx+1 \\ f'(x)=15 \\ \int_0^1 f(x)dx=\frac{55}{12} \end{cases}$
6. ໃນໜ້າພຽງ xoy ໃຫ້ເມັດ $P(2;5)$ ແລະ $Q(5;1)$ ຈົ່ງສ້າງສົມຜົນເສັ້ນຊື່ຜ່ານ $.P$ ແລະ ເຮັດແນວໃດໃຫ້ໄລຍະຫ່າງແຕ່ Q ຫາເສັ້ນຊື່ດັ່ງກ່າວເທົ່າ 3
7. ກ. ຈົ່ງກຳນົດທຸກຮູບສາມແຈ ABC ສາກຢູ່ A ຊຶ່ງມີຂ້າງ a,b,c ຕາມລຳດັບ ແລະ ປະກອບເປັນອັນດັບທະວີຄູນ

   ຂ. ພິສູດວ່າ ລວງສູງຂອງຮູບສາມແຈ ABC ທີ່ມີຕີນຢູ່ຂ້າງກົງສາກແມ່ນພົດໜຶ່ງຂອງອັນດັບທີ່ຊອກມາໃນຂໍ້ ກ.

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດ

ສາທາລະນະລັດ ປະຊາທິປະໄຕ ປະຊາຊົນລາວ

ສັນຕິພາບ ເອກະລາດ ປະຊາທິປະໄຕ ເອກະພາບ ວັດທະນະຖາວອນ

****

ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ

ກົມມັດທະຍົມສຶກສາ

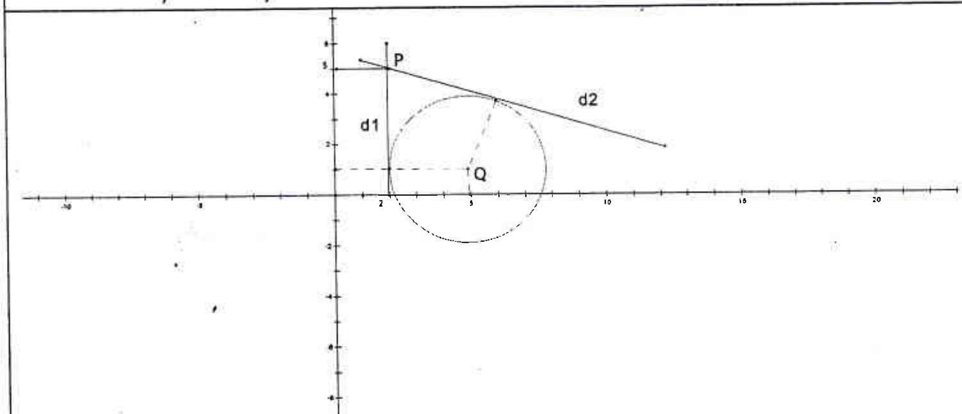
ຂະໜານຕອບທົດສອບເສັງແຂ່ງຂັນນັກຮຽນເກັ່ງມັດທະຍົມສຶກສາຕອນປາຍ

ລະດັບຊາດ ປະຈຳສົກຮຽນ 2013-2014

ວິຊາຄະນິດສາດ ເວລາ: 120 ນາທີ

ຂໍ້	ຄຳຕອບ	ຄະແນນ
1	ໃຫ້ $f(x)=x^3+kx^2+mx+4$ ເຊິ່ງເປັນຈຳນວນຄົງຄ່າ ຖ້າ , $x-2$ ເປັນສ່ວນຄູນຂອງ $f(x)$ ແລະ ເມື່ອເອົາ $f(x)$ ຫານໃຫ້ $x+1$ ເສດ 3. $\|k+m\|$ ມີຄ່າເທົ່າໃດ?	
	ຈາກ $f(x)=x^3+kx^2+mx+4$ ແລະ $x-2$ ເປັນສ່ວນຄູນຂອງ $f(x)$ ສະແດງວ່າ: $f(2)=0$. ເຮົາໄດ້: $2^3+2^2k+2m+4=0$ $4k+2m=-12$ $2k+m=-6$ ....(1)	0,5
	ເນື່ອງຈາກວ່າ $f(x)$ ຫານໃຫ້ $x+1$ ເສດ 3 ສະແດງວ່າ: $f(-1)=3$. $(-1)^3+(-1)^2k+(-1)m+4=3$ $-1+k-m+4=3$ $k-m=0$ ....(2)	0,5
	ເອົາ (1) + (2) ຈະໄດ້: $3k=-6 \Rightarrow k=-2$ ແທນຄ່າ $k=-2$ ໃສ່ (2) ຈະໄດ້: $m=-2$. ດັ່ງນັ້ນ $\|k+m\|=\|-2-2\|=4$.	0,5
2.	. ຈົ່ງຊອກຈຳນວນຈິງບວກ M ເພື່ອໃຫ້ $\left\|X^3-2X^2+3X-4\right\|\le M$ ສຳຫລັບທຸກໆ $X\in[-3,2]$	
	$\left\|x^3-2x^3+3x-4\right\|\le M \quad \| x\in[-3;2] \quad ; f(x)=x^3-2x^2+3x-4$	0,25
	ເຮົາມີ $D_f=\mathbb{R}$ ແລະ $f'(x)=3x^2-4x+3>0$ / ເພາະ $\Delta'=4-9<0$ ສະນັ້ນ $f \nearrow$ ໃນ $[-3,2]$ ຍ້ອນ $3f'(x)>0$	0,5
	ເຮົາມີ $f(2)=8-8+6-4=2$ ແລະ $f(-3)=-27-18-9-4=-58$ ເຫັນວ່າ $\|f(3)\|=58>\|f(2)\|$ ສະນັ້ນ $M=58$	0,5
	# ຖ້າໃຊ້ຄ່າສຳບູນເຮົາສາມາດແກ້ໄດ້ແບບນີ້: $\left\|x^3-2x^2+3x-4\right\|\le\left\|x^3\right\|+\left\|2x^2\right\|+\|3x\|+\|4\|\le\left\|x^3\right\|+2\left\|x^2\right\|+3\|x\|+4$	

	ເຫັນວ່າ $\|x\| \le 3$ ເພາະ $x \in [-3,2]$ ສະນັ້ນ $\|x^3\| + 2\|x^2\| + 3\|x\| + 4 \le 27 + 2\times 9 + 3\times 3 + 4 = 58$	
3	ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນ $\left[\left(2^{\sqrt{x}+5}\right)^{\frac{1}{5\sqrt{x}+1}}\right]^{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{2}.4^{\sqrt{x}}$	
	ເງື່ອນໄຂ: $x > 0$ ເຮົາໄດ້ $2^{\frac{\sqrt{x}+5}{5x+\sqrt{x}}} = 2^{2\sqrt{x}-1} \Leftrightarrow \sqrt{x}+5 = \left(2\sqrt{x}-1\right)\left(5x+\sqrt{x}\right)$	0.25
	ວາງໃຫ້ $\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2 \quad t \ge 0$ $\Leftrightarrow t+5 = (2t-1)\left(5t^2+t\right) \Leftrightarrow 10t^3 - 3t^2 - t = t+5$ $\Leftrightarrow 10t^3 - 3t^2 - 2t - 5 = 0 \Leftrightarrow (t-1)\left(10t^2+7t+5\right) = 0$ $10t^2+7t+5=0$ ບໍ່ມີໃຈຜົນ ຍ້ອນວ່າ $\Delta = 49 - 200 < 0$	0,5
	ສຳລັບ $t = 1 \Rightarrow \sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 1$	0,25
4	ໃຫ້ $n \in \mathbb{N}$ ເພື່ອເຮັດໃຫ້ $1 + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + ... + \log_{\sqrt[n]{2}} 2 = n^2 - 15$. ຂອງຄ່າຫາຊອກຈົ່ງ n.	
	$1 + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + ... + \log_{\sqrt[n]{2}} 2 = n^2 - 15$. $1 + 2\log_2 2 + 3\log_2 2 + ... + n\log_2 2 = n^2 - 15$. $1 + 2 + 3 + ... + n = n^2 - 15$	0,5
	ຮູ້ວ່າ $:1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n}{2}(n+1)$. ເຮົາຈະໄດ້ $:\frac{n}{2}(n+1) = n^2 - 15 \Leftrightarrow n^2 + n = 2n^2 - 30$	0,5
	$n^2 - n - 30 = 0 \Leftrightarrow (n-6)(n+5) = 0$ $n = 6$ ແລະ $n = -5$ ແຕ່ $, n \in \mathbb{N}$. ດັ່ງນັ້ນ ຂອງຄ່າ $, n = 6$.	0,5
5	ຈົ່ງຊອກ $f(1)$ ຮູ້ວ່າ $\begin{cases} f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 \\ f'(x) = 15 \\ \int_0^1 f(x)\,dx = \frac{55}{12} \end{cases}$	
	$f'(x) = 3x^2 + 2a + b$ ເຮົາມີ $f'(1) = 3 + 2a + b = 15$ ສະນັ້ນ $2a + b = 12 \quad (1)$	0,5
	$\int_0^1 f(x)dx = \left[\frac{x^4}{4} + a\frac{x^3}{3} + b\frac{x^2}{2} + x\right]_0^1 = \frac{1}{4} + \frac{a}{3} + \frac{b}{2} + 1 = \frac{55}{12}$ ເຮົາໄດ້ $2a + 3b = 20 \quad (2)$	0,25

	ແກ້ລະບົບ $\begin{cases}2a+3b=20 & (1)\\ 2a+b=12 & (2)\end{cases}$ ໄດ້ $2b=8$ ສະນັ້ນ $b=4$ ແລະ $a=4$ ດັ່ງນັ້ນ $f(1)=1+4+4+1=10$	0,5
6	ໃນໜ້າພຽງ xoy ໃຫ້ເມັດ $P(2;5)$ ແລະ $Q(5;1)$ ຈົ່ງສ້າງສົມຜົນເສັ້ນຊື່ຜ່ານ P ແລະ ເຮັດແນວໃດໃຫ້ໄລຍະຫ່າງແຕ່ Q ຫາເສັ້ນຊື່ດັ່ງກ່າວເທົ່າ 3	
	ເອີ້ນ (d) ແມ່ນເສັ້ນຊື່ທີ່ຜ່ານ $P(2;5)$ ສົມຜົນຂອງ d ມີຮູບຮ່າງທົ່ວໄປ: $ax+by+c=0$ (1) (d) ຜ່ານ $P(2;5)$ ເຮົາໄດ້: $2a+5b+c=0$ (2) ໄລຍະຫ່າງແຕ່ $Q(5;1)$ ຫາ (d) ເທົ່າ 3 ແມ່ນ: $\frac{\lvert 5a+b+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}=3$ (3)	0,5
	ຖອນເອົາ c ຈາກ $2a+5b+c=0 \Rightarrow c=-2a-5b$ ເອົາຄ່າຂອງ c ໄປແທນໃສ່ (3) ຈະໄດ້ $\frac{\lvert 5a+b-2a-5b\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}=3$ $\Leftrightarrow \lvert 3a-4b\rvert=3\sqrt{a^2+b^2} \Leftrightarrow 9a^2-24ab+16b^2=9a^2+9b^2$ $\Leftrightarrow 7b^2-24ab=0 \Leftrightarrow b(7b-24a)=0$ ເຮົາໄດ້ $b=0$ ແລະ $b=\frac{24a}{7}$	0,5
	ສຳລັບ $b=0$ ແທນໃສ່ (2) ຈະໄດ້: $c=-2a$ ແລະ ແທນໃສ່ (1) ໄດ້: $ax-2a=0 \Rightarrow x=2$ ສຳລັບ $b=\frac{24a}{7}$ ແທນໃສ່ (2) ຈະໄດ້: $c=-\frac{134}{7}a$ ແລະ ແທນໃສ່ (1) ໄດ້ $ax-\frac{24a}{7}y-\frac{134}{7}a=0 \quad \Rightarrow 7x+24y-134=0$	0,5
		0,5
7	ກ. ຈົ່ງກຳນົດທຸກຮູບສາມແຈ ABC ສາກຢູ່ A ຊຶ່ງມີຂ້າງ a,b,c ຕາມລຳດັບ ແລະ ປະກອບເປັນອັນດັບທະວີຄູນ ຂ. ພິສູດວ່າ ລວງສູງຂອງຮູບສາມແຈ ABC ທີ່ມີຕີນຢູ່ຂ້າງກົງສາກແມ່ນພົດໜຶ່ງຂອງອັນດັບທີ່ຂອກມາ	

	ໃນຂໍ້ ກ.	
	ກ. ກຳນົດຮູບສາມແຈ ABC ສາກຢູ່ A ທີ່ມີຂ້າງ a,b,c ປະກອບເປັນອັນດັບທະວີຄູນໃຫ້ q ແມ່ນຕົວທະວີຄູນຂອງອັນດັບທີ່ຊອກ ເຮົາມີ $0<q<1$ ເພາະ $a,b,c>0$ ແລະ $b<a$ ເຮົາໄດ້ $b=aq$, $c=aq^2$ ຈາກ ປີຕາກໍ ໄດ້ $a^2=a^2q^2+a^2q^4$ ຫຼື $q^4+q^2-1=0$	0,5
	ໃຫ້ $x=q^2$ ເຮົາໄດ້ $x^2+x-1=0$, $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$; $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ເພາະສົມ ດັ່ງນັ້ນ $q=\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ ຮູບສາມແຈທີ່ຊອກມີຂ້າງ a , $a\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$, $a\frac{\sqrt{5}-1}{2}$	0,5
	ຂ. ຈາກສູດໃນ ຮູບສາມແຈສາກ ABC ເຮົາມີ $h=\frac{bc}{a}=\frac{a^2q^3}{a}=aq^3=cq$ ດັ່ງນັ້ນ h ແມ່ນພົດທີ່ 4 ຂອງອັນດັບ	0,5

ຄະນະກຳມະການອອກຫົວບົດສອບເສັງ